

ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить $3AB - 2B^T A^T$.

2. Вычислить определители: а) $\begin{vmatrix} -7 & 9 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -5 & -2 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 6 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Найти матрицы, обратные данным: а) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -2 & -5 & 12 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.

5. Решить матричные уравнения: а) $\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - 2X$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

6. Решить систему уравнений по правилу Крамера
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 - 5x_5 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 - 8x_5 = -5 \end{cases}$$

методом Гаусса:

а) проверить совместность системы по теореме Кронекера-Капелли;

б) получить формулы общего решения, выразив базисные переменные через свободные;

в) найти частное решение;

г) найти фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы уравнений;

д) записать общее решение системы уравнений при помощи фундаментальной системы решений.

8. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

9. Привести квадратичную форму $9x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_2 + 6x_1x_3 - 4x_2x_3$ к каноническому виду, указав соответствующую замену переменных.

10. Используя критерий Сильвестра, определить, при каких значениях a квадратичная форма $ax^2 + 3y^2 + z^2 + 2axy + 2axz + 2yz$ положительно определена.